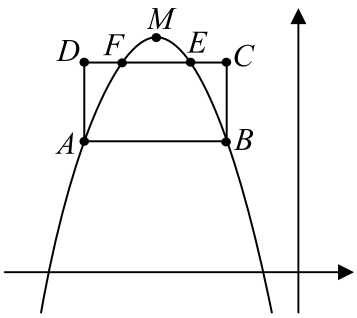
מבחן מפמ״ר לכיתות ט׳ - מתכונת מספר 3

פרק א׳: אלגברה ופונקציות



1. הנקודות A ו- B הן שתי נקודות סימטריות על הפרבולה הנתונה: $f(x)=-\frac{1}{2}\cdot(x+8)^2+18$ שקדקודה בנקודה M. משוואת הישר AB היא $y=10$.

א. מצא את אורך הקטע AB.

ב. נתון: ABCD הוא מלבן ששטחו 48 יח״ר. הצלע CD חותכת את הפרבולה בנקודות E ו-F.
השלם את שיעורי הנקודות: $E(\_\_,\_\_)$, $F(\_\_,\_\_)$.

ג. סמן את אחד הסימנים: $<$, $=$, $>$ במשבצת המיועדת לכך:

1. שטח הטרפז ABEF ☐ שטח המשולש ΔABM

2. שיפוע הישר FM ☐ שיפוע הישר AE

ד. הוכח: המשולש ΔAEM ישר זווית. נמק.
נימוק: ____.

2. נתונים שני הביטויים: $x=\frac{(ab)^2\cdot(a^{-1}b)^2}{b^2}$, $y=\frac{(a^2\cdot b)^2\cdot a^{-2}}{b^5\cdot b^0\cdot b^{-3}}$.

1. צמצם את הביטויים ועבור כל היגד, הקף אם הוא נכון או לא נכון ונמק מדוע:

1. ערכו של y הוא בהכרח חיובי.		נכון / לא נכון.
נימוק: ____

2. אם $x=y$ אז בהכרח מתקיים: $a=b$.		נכון / לא נכון.
נימוק: ____

2. נתון: $x+y=c^2$.
נתון משולש שצלעותיו הן a, b ו-c.
קבע מהו סוג המשולש. נמק:
נימוק: ____
____

3. יוסי וזוהר מוכרים תמונות. אתמול, יוסי מכר x תמונות וההכנסה הכוללת שלו מהמכירה היתה 54 ש"ח. זוהר מכרה תמונות במחיר הנמוך ב-3 ש"ח לתמונה מהמחיר בו יוסי מכר אותן. לכן, כמות התמונות שמכרה היתה גבוהה ב-50% מהכמות שמכר יוסי.
   א. הבע באמצעות x את המחיר בו מכר יוסי כל תמונה.
   ב. נתון שגם ההכנסה הכוללת של זוהר היתה 54 ש"ח. המשוואה המתאימה למציאת x:
      1. $54=\left(\frac{54}{x}+3\right)\cdot(x+50)$.
      2. $54=\left(\frac{54}{x}+3\right)\cdot\left(1+\frac{50x}{100}\right)$.
      3. $54=\left(\frac{54}{x}-3\right)\cdot\left(\frac{50x}{100}\right)$.
      4. $54=\left(\frac{54}{x}-3\right)\cdot 1.5x$.
   ג. מצא את x.

4. נתון: $a+b=13$, $a\cdot b=22$. מבלי למצוא את ערכם של a ו-b, חשב את ערך הביטוי: a^2+b^2 .

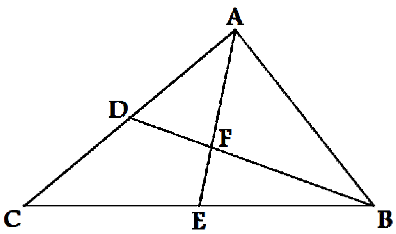
הצג את שלבי הפתרון: ______________________________

____

____

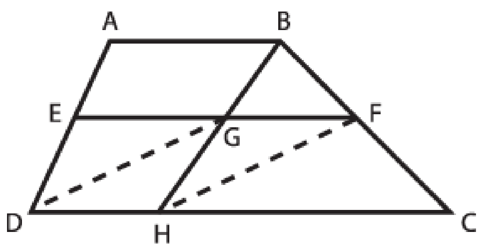
פרק ב': גיאומטריה

5. הנקודה D נמצאת על הניצב AC במשולש ישר הזווית ΔABC . הישר AE הוא התיכון ליתר BC. הישרים AE ו-BD נחתכים בנקודה F. נתון: AB = 12 ס"מ.



   א. נתון: שטח המשולש ΔABC הוא 108 סמ"ר. לאור נתון זה נוכל לחשב את: (הקף את התשובה או התשובות הנכונות)
      1. אורך הניצב AC.
      2. אורך הישר BD.
      3. היקף המשולש ΔABC .
      4. אורך היתר BC.
   ב. נתון: CD = 9 ס"מ. חשב את אורך הקטע BF.
   ג. העבר את הישר CF והמשך אותו כך שיחתוך את הניצב AB בנקודה M.
      מבלי לחשב אורכים של קטעים נוספים, חשב את היחס: $\frac{FM}{CF}$. נמק.
      נימוק: ______________________________.

6. הישר EF הוא קטע האמצעים בטרפז ABCD. הנקודה H נמצאת על הבסיס CD. הישרים BH ו-EF נחתכים בנקודה G.
   נתון: $\measuredangle DGH = \measuredangle GHF$.
   א. הוכח: GFHD מקבילית.
   ב. נתון: AB = 6 ס"מ , CH = 8 ס"מ.
      חשב את אורך הקטע EG.



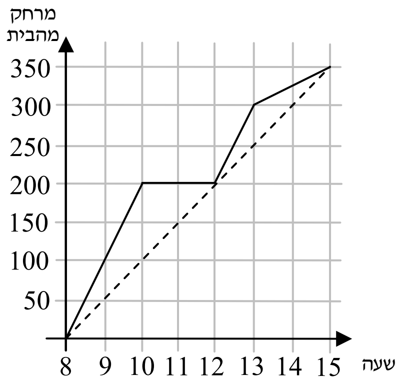
פרק ג': הסתברות ואוריינות

7. ההסתברות שיוגב יקלע לסל בזריקה בודדת היא 0.3. יוגב מנסה לקלוע לסל פעמיים.
   א. חשב את ההסתברות שיוגב יקלע רק באחד משני הניסיונות.
   ב. הקף את היגד הנכון:
   1. ההסתברות שיחטיא את הסל לפחות פעם אחת היא: 0.42.
   2. סביר יותר שיחטיא את הסל פעמיים מאשר שיקלע לסל פעמיים.
   3. בזריקה הראשונה סביר יותר שיוגב יקלע ובזריקה השניה סביר יותר שיחטיא.

   ג. דניאל הציע ליוגב התערבות לפיה יוגב ינסה לקלוע לסל 120 פעמים. עבור כל קליעה <u>יקבל</u> יוגב מדניאל 6 ש"ח ועבור כל החטאה <u>ישלם</u> לדניאל 2 ש"ח. קבע האם כדאי ליוגב להשתתף בהתערבות.
   נמק: ____

   ____.

8. נהג משאית ורוכב קטנוע יצאו ב-8:00 מאותו בניין ונסעו באותה דרך למפעל. במערכת הצירים הנתונה מופיע גרף המתאר את התקדמותם. ציר ה-x מציין את השעה ביום וציר ה-y מציין את המרחק שעבר כל אחד מהם עד אותה שעה. השניים נפגשו ביעדם בשעה 15:00. נתון שרוכב הקטנוע עבר בשעה שבין 9:00-10:00 מרחק של 100 ק"מ.



   א. קבע איזה מהגרפים, המקווקו או הרציף, מתאר את התקדמותו של רוכב הקטנוע. נימוק:
   ____

   ____

   ב. הקף את ההיגד או ההיגדים הנכונים:
   1. מרגע תחילת הנסיעה, השניים נפגשו שוב רק כאשר הגיעו ליעד בשעה 15:00.
   2. כאשר עברה המשאית $\frac{1}{7}$ מהמסלול כולו, היה הרוכב במרחק 250 ק"מ <u>מהיעד</u>.
   3. במשך הזמן שרוכב הקטנוע נח, עברה המשאית מרחק של 100 ק"מ.
   4. במשך הזמן שרוכב הקטנוע נסע במהירות הנמוכה ביותר, עברה המשאית 150 ק"מ.

   ג. השלם: מהירות הנסיעה הגבוהה ביותר בה נסע רוכב הקטנוע היתה _____ קמ"ש.

   ד. השלם: בשעה _______ המרחק בין השניים היה הגדול ביותר.

בהצלחה!

פתרונות:

1) א. 8 יח' אורך. **ב.** $E(-6,16)$, $F(-10,16)$.

ג. 1) >. **2)** =.

ד. שיפועי הישרים AE ו-EM הם בהתאמה 1 ו: 1-. מכפלת השיפועים 1- ולכן הם מאונכים זה לזה.

2) א. 1) לא נכון. כאשר $a = 0$ מתקבל: $y = 0$ שאינו חיובי.

2) לא נכון. במצב המתואר יתכן ש: $a = -b$.

ב. משולש ישר זווית. הנימוק בפתרון המלא.

3) א. $\frac{54}{x}$. **ב.** 4. **ג.** $x = 6$.

4) 125. שלבי הפתרון מופיעים בפתרון המלא.

5) א. 1, 3, 4. **ב.** 10 ס"מ. **ג.** 0.5. נימוק בפתרון המלא.

6) ב. 5 ס"מ.

7) א. 0.42. **ב.** 2. **ג.** כדאי לו. נימוק בפתרון המלא.

8) א. הרציף. הסבר בפתרון המלא. **ב.** 2, 3. **ג.** 100 קמ"ש. **ד.** 10:00.

פתרון מלא - מבחן 3

שאלה 1:

א. הנקודות A ו-B הן נקודות החיתוך של הפרבולה $f(x)=-\frac{1}{2}\cdot(x+8)^2+18$ והישר $y=10$.

נשווה בין שתי המשוואות ונמצא את שיעורי שתי הנקודות:

$$-\frac{1}{2}\cdot(x+8)^2+18=10 \quad /\cdot 2 \quad \rightarrow \quad -(x+8)^2+36=20 \quad \rightarrow \quad -x^2-16x-64+36=20$$

נעביר אגפים ונקבל את המשוואה: $x^2+16x+48=0$.

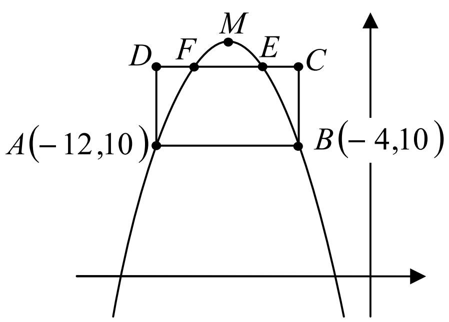
נפתור את המשוואה הריבועית בעזרת נוסחת השורשים $x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$: (ניתן גם בעזרת פירוק הטרינום)

$$x_{1,2}=\frac{-16\pm\sqrt{16^2-4\cdot1\cdot48}}{2\cdot1} \rightarrow x_{1,2}=\frac{-16\pm\sqrt{64}}{2} \rightarrow x_{1,2}=\frac{-16\pm8}{2} \rightarrow x_1=-12 \quad , \quad x_2=-4$$

שיעור ה-y של שתי הנקודות הוא 10 ולכן שיעוריהן הם: $A(-12,10)$ ו- $B(-4,10)$.

הקטע AB מקביל לציר ה-x ולכן אורכו שווה להפרש שיעורי ה-x של שתי הנקודות:

$AB=-4-(-12)=$ **8 יח' אורך**



ב. נתון כי שטח המלבן ABCD הוא 48 יח"ר.

בסעיף הקודם מצאנו כי AB=8 יח' אורך.

ניעזר בנתון ונמצא את אורך הצלע BC: $8\cdot BC=48 \rightarrow BC=$ **6 יח' אורך**

הצלע BC מקבילה לציר ה-y ולכן אורכה שווה להפרש שיעורי ה-y של הנקודות B ו-C. כיוון ששיעור ה-y של הנקודה B הוא 10 נקבל כי שיעור ה-y של הנקודה C הוא 16.

הישר CD עובר בנקודה C ומקביל לציר ה-x ולכן משוואתו: $y=16$.

הנקודות F ו- E הן נקודות החיתוך של הישר CD והפרבולה.

נשווה בין משוואת הישר למשוואת הפרבולה ונמצא את שיעורי שתי הנקודות:

$$-\frac{1}{2}\cdot(x+8)^2+18=16 \quad /\cdot 2 \quad \rightarrow \quad -(x+8)^2+36=32 \quad \rightarrow \quad -x^2-16x-64+36=32$$

נעביר אגפים ונקבל את המשוואה: $x^2+16x+60=0$.

נפתור את המשוואה הריבועית בעזרת נוסחת השורשים $x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$: (ניתן גם בעזרת פירוק הטרינום)

$$x_{1,2}=\frac{-16\pm\sqrt{16^2-4\cdot1\cdot60}}{2\cdot1} \rightarrow x_{1,2}=\frac{-16\pm\sqrt{16}}{2} \rightarrow x_{1,2}=\frac{-16\pm4}{2} \rightarrow x_1=-10 \quad , \quad x_2=-6$$

שיעור ה-y של שתי הנקודות הוא 16 ולכן שיעוריהן הם: $E(-6,16)$ ו- $F(-10,16)$.

ג. 1. נחשב את שטח הטרפז ABEF. כפי שחישבנו בסעיף א׳, אורך הבסיס AB הוא 8 יח׳ אורך. בהתאם, אורך הבסיס FE הוא 4 יח׳ אורך. גובה הטרפז שווה באורכו לקטע BC ולכן שווה ל-6 יח׳ אורך.

כלומר, $\boxed{\text{שטח הטרפז ABEF הוא: 36 יח״ר}} = \frac{6(8+4)}{2}$.

כדי למצוא את שטח המשולש ΔABM נמצא תחילה את שיעורי קדקוד הפרבולה M.

כזכור, קדקוד הפרבולה נמצא על ציר הסימטריה של הפרבולה העובר בדיוק באמצע בין שתי הנקודות הסימטריות A ו-B. כפי שחישבנו, שיעורי הנקודות הם: $A(-12,10)$ ו- $B(-4,10)$.

נעזר בנוסחת הממוצע ונמצא את נקודת האמצע בין (12-) ו-(4-): $-8 = \frac{-12+(-4)}{2} = x$.

כלומר, שיעור ה-x של קדקוד הפרבולה נמצא על ציר הסימטריה: $x=-8$.

נציב $x=-8$ במשוואת הפרבולה ונמצא את שיעור ה-y של הקדקוד: $f(-8) = -\frac{1}{2}\cdot(-8+8)^2+18=18$

כלומר, שיעורי הקדקוד M הם: $M(-8,18)$.

הגובה לצלע AB היורד מקדקוד M מקביל לציר ה-y ולכן אורכו שווה להפרש בין שיעורי ה-y של הנקודה M ושל הישר $y=10$. כלומר אורך הגובה הוא: 8 יח׳ אורך $= 18-10$.

כלומר, $\boxed{\text{שטח המשולש } \Delta ABM \text{ הוא: 32 יח״ר}} = \frac{8\cdot 8}{2}$.

ניתן לראות כי שטח הטרפז גדול משטח המשולש ולכן התשובה הנכונה היא ">".

2. נחשב את שיפוע הישר FM בעזרת הנוסחה לשיפוע ישר העובר דרך שתי הנקודות $F(-10,16)$ ו- $M(-8,18)$.

$$m=\frac{18-16}{-8-(-10)} \rightarrow m=\frac{2}{2} \rightarrow \boxed{m=1}$$

נחשב את שיפוע הישר AE בעזרת הנוסחה לשיפוע ישר העובר דרך שתי הנקודות $A(-12,10)$ ו- $E(-6,16)$.

$$m=\frac{16-10}{-6-(-12)} \rightarrow m=\frac{6}{6} \rightarrow \boxed{m=1}$$

כלומר, שיפוע הישר FM שווה לשיפוע הישר AE ולכן התשובה הנכונה היא: "=".

ד. נוכיח שהישרים AE ו-EM מאונכים זה לזה על ידי מציאת שיפועיהם.
כפי שחישבנו בסעיף ג׳2, שיפוע הישר AE הוא 1.
נחשב את שיפוע הישר EM בעזרת הנוסחה לשיפוע ישר העובר דרך שתי הנקודות $M(-8,18)$ ו- $E(-6,16)$.

$$m=\frac{16-18}{-6-(-8)} \rightarrow m=\frac{-2}{2} \rightarrow \boxed{m=-1}$$

כידוע, שני ישרים מאונכים זה לזה אם מכפלת השיפועים שלהם שווה ל-(1-).
מכפלת השיפועים של הישרים AE ו-EM שווה ל-(1-) ולכן הם מאונכים זה לזה והמשולש ΔAEM ישר זווית.

שאלה 2:

א. נצמצם את הביטויים בעזרת כללי החזקות.

נתחיל עם הביטוי: $x = \frac{(ab)^2 \cdot (a^{-1} b)^2}{b^2}$:

ניעזר בחוק: $(a \cdot b)^c = a^c \cdot b^c$ כדי לפתוח סוגריים ונקבל: $x = \frac{a^2 \cdot b^2 \cdot a^{-2} \cdot b^2}{b^2} \rightarrow$

ניעזר בחוק: $a^b \cdot a^c = a^{b+c}$ כדי לכנס איברים דומים ונקבל: $x = \frac{a^{2-2} \cdot b^{2+2}}{b^2} \rightarrow x = \frac{a^0 \cdot b^4}{b^2} \rightarrow$

ניעזר בחוקי החזקות $a^0 = 1$ ו: $\frac{a^b}{a^c} = a^{b-c}$ ונקבל: $x = \frac{b^4}{b^2} \rightarrow x = b^{4-2} \rightarrow \boxed{x = b^2}$

נצמצם באופן דומה גם את הביטוי: $y = \frac{(a^2 \cdot b)^2 \cdot a^{-2}}{b^5 \cdot b^0 \cdot b^{-3}}$:

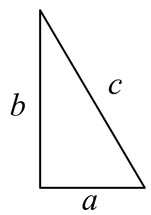
$$y = \frac{(a^2 \cdot b)^2 \cdot a^{-2}}{b^5 \cdot b^0 \cdot b^{-3}} \rightarrow y = \frac{a^4 \cdot b^2 \cdot a^{-2}}{b^5 \cdot b^{-3}} \rightarrow y = \frac{a^{4-2} \cdot b^2}{b^{5-3}} \rightarrow y = \frac{a^2 \cdot b^2}{b^2} \rightarrow y = a^2 \cdot b^{2-2} \rightarrow \boxed{y = a^2}$$

1. לא נכון. הביטוי a^2 הוא חזקה עם מעריך זוגי ולכן בהכרח <u>אינו שלילי</u> .
עם זאת, כאשר $a = 0$ נקבל: $y = 0$. כלומר ערכו של y לא בהכרח חיובי.

2. לא נכון. אם מתקיים $x = y$ נוכל להשוות בין שני הביטויים ונקבל: $a^2 = b^2$.
נוציא שורש משני אגפי המשוואה ונקבל: $a = b$ <u>או</u> $a = -b$. כלומר, ההיגד אינו נכון.

ב. נתון: $x + y = c^2$.

נציב בנתון את הביטויים שחישבנו בסעיף א' ונקבל: $a^2 + b^2 = c^2$.
נתון משולש שצלעותיו a, b ו-c.
נשים לב כי $a^2 + b^2 = c^2$ הוא משפט פיתגורס במשולש זה. לפי המשפט ההפוך למשפט פיתגורס,
משולש שבין צלעותיו מתקיים הקשר $a^2 + b^2 = c^2$ הוא **משולש ישר זווית** והיתר שלו הוא c כמתואר בשרטוט.



שאלה 3:

א. נסמן ב-x את כמות התמונות אותן מכר יוסי. נתון כי הכנסתו הכוללת מהמכירה הייתה 54 ש״ח. ניעזר בטבלה הבאה:

	כמות	מחיר ליחידה	הכנסה כוללת
יוסי	x		54

נזכור את הקשר: **כמות * מחיר ליחידה = הכנסה כוללת** ולאחר סידור נקבל: **מחיר ליחידה**=$\frac{\textbf{הכנסה כוללת}}{\textbf{כמות}}$.

נציב את הנתונים מהטבלה ונקבל כי מחירה של כל תמונה שמכר יוסי הוא: $\boxed{\frac{54}{x}}$.

ב. זוהר מכרה את התמונות במחיר ליחידה הנמוך ב-3 ש״ח מהמכיר בו יוסי מכר אותן ולכן מחיר זה הוא: $\boxed{\frac{54}{x}-3}$.

נתון כי כמות התמונות שמכרה זוהר גדולה ב-50% מכמות התמונות שמכר יוסי.

למעשה, זוהר מכרה 150% מכמות התמונות שמכר יוסי (x). כדי להביע את כמות התמונות שזוהר מכרה, נכפול את האחוז (150%) בכמות המקורית (x) ונקבל: $\left(\frac{100+50}{100}\right)\cdot x=\left(\frac{150}{100}\right)\cdot x=1.5x$.

נתון כי גם הכנסתה הכוללת של זוהר הייתה 54 ש״ח. נמלא את הנתונים של זוהר בטבלה:

	כמות	מחיר ליחידה	הכנסה כוללת
זוהר	$1.5x$	$\frac{54}{x}-3$	54

ניעזר בקשר: **כמות * מחיר ליחידה = הכנסה כוללת** ונקבל את המשוואה: $\boxed{54=\left(\frac{54}{x}-3\right)\cdot 1.5x}$.

כלומר, התשובה הנכונה היא **4**.

ג. נפתור את המשוואה שקיבלנו בסעיף הקודם:

$$54=\left(\frac{54}{x}-3\right)\cdot 1.5x \rightarrow 54=54\cdot 1.5-3\cdot 1.5x \rightarrow 54=81-4.5x \rightarrow 4.5x=27 \rightarrow \boxed{x=6}$$

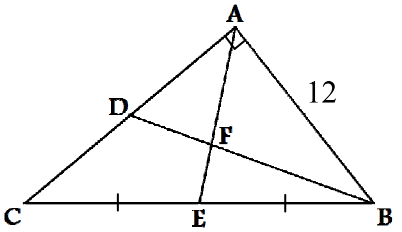
שאלה 4:

כדי לחשב את הביטוי a^2+b^2 ניעזר בנוסחת הכפל המקוצר: $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$.

נציב בנוסחת הכפל המקוצר את הנתונים $a+b=13$ ו- $a\cdot b=22$ ונקבל: $(13)^2=a^2+2\cdot 22+b^2$

נבודד את הביטוי a^2+b^2 ונקבל: $169=a^2+44+b^2 \quad /-44 \quad \rightarrow \quad \boxed{a^2+b^2=125}$

שאלה 5:



א. נתון כי $AB=$ 12 ס"מ וכי שטח המשולש ישר הזווית ΔABC הוא 108 סמ"ר.

נביע את שטח המשולש כמכפלת הניצבים ונקבל: $108=\frac{AB\cdot AC}{2}$.

נציב $AB=$ 12 ס"מ ונקבל:

$$\frac{12\cdot AC}{2}=108 \;\rightarrow\; 6\cdot AC=108 \;\;/:6 \;\rightarrow\; \boxed{AC=\text{18 ס"מ}}$$

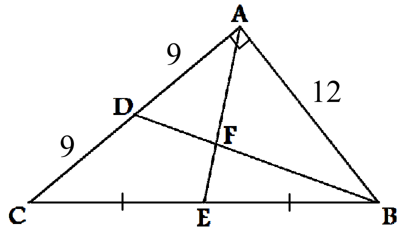
נחשב את אורך היתר BC בעזרת משפט פיתגורס: $BC^2=AB^2+AC^2 \;\rightarrow\; BC^2=12^2+18^2 \;\rightarrow\; BC^2=468$

ולאחר הוצאת שורש נקבל: $\boxed{BC=\text{21.63 ס"מ}}$.

לבסוף, נחשב את היקף המשולש ΔABC: $12+18+21.63=\boxed{\text{51.63 ס"מ}}$.

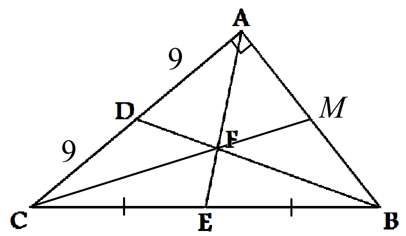
כלומר התשובות הנכונות הן: **1, 3 ו-4.**

ב.



א. נוסיף את הנתון החדש לשרטוט.

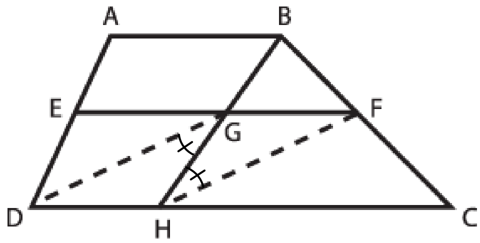
1)	$\sphericalangle CAB=90^\circ$	נתון
2)	AE תיכון	נתון
3)	$AB=$ 12 ס"מ	נתון
4)	$AC=$ 18 ס"מ	לפי החישוב בסעיף א'
5)	$CD=$ 9 ס"מ	נתון
6)	$AD=AC-CD=18-9=$ 9 ס"מ	חיסור קטעים לפי (4) ו-(5)
7)	BD תיכון	ישר היוצא מקדקוד אל אמצע הצלע שמולו הוא תיכון
8)	$BD^2=9^2+12^2 \rightarrow BD^2=225 \rightarrow BD=$ 15 ס"מ	משפט פיתגורס במשולש ישר הזווית ΔABD
9)	$BF=2DF \;\rightarrow\; BF=\frac{2}{3}BD$	נקודת מפגש התיכונים מחלקת את התיכונים ביחס של 2:1. לפי (2) ו-(7)
10)	$BF=\frac{2}{3}\cdot 15 \;\rightarrow\; BF=$ 10 ס"מ **מש"ל ב'**	חישוב לפי (8) ו- (9)



ג. נמשיך את הישר CF כך שיחתוך את הצלע AB בנקודה M

11)	CM תיכון	ישר היוצא מקדקוד לצלע שמולו ועובר דרך נקודת מפגש התיכונים במשולש הוא תיכון
12)	$\frac{FM}{CF}=\frac{1}{2}$ **מש"ל ג'**	נקודת מפגש התיכונים מחלקת את התיכונים ביחס של 2:1

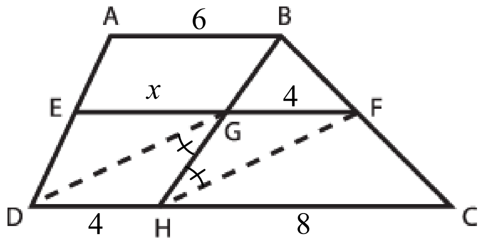
שאלה 6:



נסמן את הנתונים בשרטוט.

1)	ABCD טרפז	נתון
2)	EF קטע אמצעים בטרפז	נתון
3)	$\measuredangle DGH = \measuredangle GHF$	נתון
4)	$EF \parallel DC$	קטע האמצעים בטרפז מקביל לשני בסיסי הטרפז
5)	$GF \parallel DH$	חלקים של קטעים מקבילים - מקבילים אף הם
6)	$DG \parallel HF$	שני ישרים בעלי זוויות מתחלפות שוות מקבילים זה לזה
7)	GFHD מקבילית **מש"ל א'**	מרובע בעל שני זוגות של צלעות מקבילות הוא מקבילית לפי (5) ו-(6).

ב.

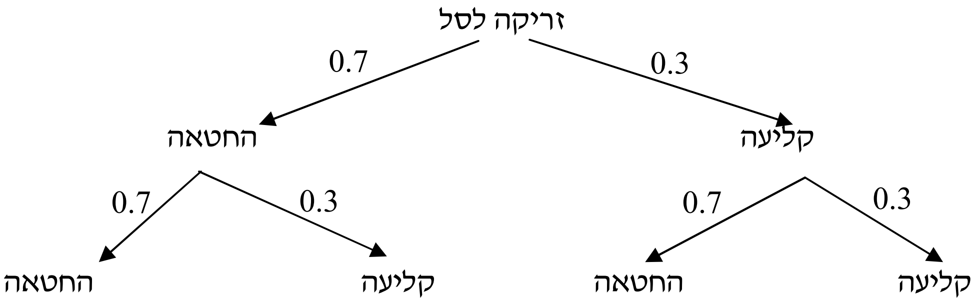


נתבונן במשולש ΔBCH

8)	$AB =$ 6 ס"מ	נתון
9)	$CH =$ 8 ס"מ	נתון
10)	הנקודה F היא אמצע הצלע BC	קטע האמצעים בטרפז חוצה את שוקיי הטרפז
11)	GF קטע אמצעים במשולש ΔBCH	ישר החוצה צלע במשולש ומקביל לצלע השלישית הוא קטע אמצעים
12)	$GF = \frac{CH}{2} \rightarrow GF =$ 4 ס"מ	קטע האמצעים במשולש שווה לחצי מאורך הצלע המקבילה
13)	$DH =$ 4 ס"מ	צלעות נגדיות במקבילית שוות זו לזו
14)	DC = 12 ס"מ	חיבור קטעים לפי (9) ו- (13)
15)	$EG = x$	סימון
16)	$EF = \frac{AB+CD}{2} \rightarrow x+4 = \frac{6+12}{2} \rightarrow$ $x+4=9 \rightarrow x=5 \rightarrow$ $\boxed{EG = 5 \text{ ס"מ}}$	קטע האמצעים בטרפז שווה למחצית סכום הבסיסים **מש"ל ב'**

שאלה 7:

א. ההסתברות שיוגב יקלע לסל בזריקה בודדת היא 0.3 ולכן ההסתברות שיוגב יחטיא היא 0.7.
יוגב זורק לסל פעמיים. ניעזר בשרטוט של עץ הסתברויות:



יוגב זורק לסל פעמיים. כלומר מדובר בשני אירועים בלתי תלויים שהתבצעו האחד אחר השני.
כדי לחשב את ההסתברות שיוגב יקלע רק באחד משני ההסתברויות, נחבר את הסתברויות הענפים המתאימים:
קליעה בזריקה הראשונה והחטאה בזריקה השנייה או החטאה בזריקה הראשונה וקליעה בזריקה השנייה.

נחשב תחילה את ההסתברות של כל אחד מהענפים המתאימים:
כזכור, כדי לחשב הסתברות ששני אירועים בלתי תלויים התרחשו במקביל, נכפול את ההסתברויות שלהם.

כדי לחשב את ההסתברות שיוגב קלע בזריקה הראשונה וגם החטיא בזריקה השנייה, נכפול את שתי ההסתברויות בענף המתאים בעץ (הענף השני מימין): $0.3\cdot 0.7=0.21$.
כדי לחשב את ההסתברות שיוגב החטיא בזריקה הראשונה וגם קלע בזריקה השנייה, נכפול את שתי ההסתברויות בענף המתאים בעץ (הענף השני משמאל): $0.7\cdot 0.3=0.21$.

לבסוף, כדי לחשב את ההסתברות שיוגב קלע פעם אחת בלבד, נחבר את הסתברויות שחישבנו ונקבל:
$0.21+0.21=0.42$

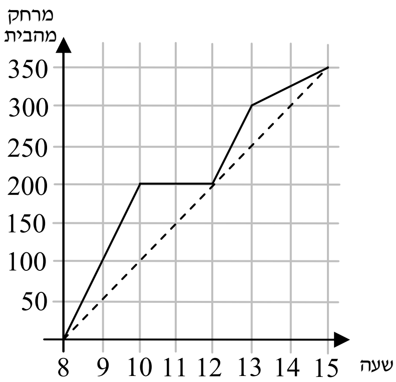
ב. נבדוק את נכונות ההיגדים:
1. לא נכון. כדי לחשב את ההסתברות שיחטיא לפחות פעם אחת, נחבר את הסתברויות שלושת הענפים המתאימים:
יקלע ואז יחטיא או יחטיא ואז יקלע או יחטיא בשתי הזריקות: $0.3\cdot 0.7+0.7\cdot 0.3+0.7\cdot 0.7=0.91$
2. נכון. נחשב את ההסתברות שיקלע פעמיים (הענף הימני): $0.3\cdot 0.3=0.09$
נחשב את ההסתברות שיחטיא פעמיים (הענף השמאלי): $0.7\cdot 0.7=0.49$
אכן, ההסתברות שיחטיא פעמיים גדולה יותר מההסתברות שיקלע פעמיים.
3. לא נכון. הזריקה הראשונה והשניה בלתי תלויות זו בזו. לכן, אין הבדל ביניהן בהסתברות שיקלע.

לסיכום, התשובה הנכונה היא 2.

ג. במסגרת ההתערבות, יוגב ינסה לקלוע לסל 120 פעמים.
ההסתברות שיקלע היא 0.3 ולכן צפוי שיקלע: 36 זריקות $=0.3\cdot 120$.
בהתאם, צפוי כי יחטיא את 84 הזריקות הנותרות.
עבור כל קליעה יקבל יוגב מדניאל 6 ש"ח ולכן הוא צפוי לקבל: 216 ש"ח $=6\cdot 36$.
עבור כל החטאה ישלם יוגב לדניאל 2 ש"ח ולכן הוא צפוי לשלם לדניאל: 168 ש"ח $=2\cdot 84$.

ניתן לראות שכדאי ליוגב להשתתף בהתערבות כי הוא צפוי לקבל מדניאל יותר כסף מאשר יצטרך לשלם לו.

שאלה 8:



א. נתבונן בשני הגרפים בתחום שבין השעה 9:00 ו-10:00.
ניתן לראות כי הקו המקווקו עולה מ-50 ק"מ בשעה 9:00 ל- 100 ק"מ בשעה 10:00. כלומר, הקו המקווקו מתאר התקדמות של 50 ק"מ בשעה זו.
ניתן לראות כי הקו הרציף עולה מ-100 ק"מ בשעה 9:00 ל-200 ק"מ בשעה 10:00. כלומר, הקו הרציף מתאר התקדמות של 100 ק"מ בשעה זו.

לסיכום, **הקו הרציף** מתאר את התקדמותו של רוכב הקטנוע.

ב. נבדוק את נכונות ההיגדים:
1. לא נכון. ניתן לראות כי הקווים נפגשים גם בשעה 12:00. כלומר, הם נפגשו גם בשעה 12, כאשר היו במרחק 200 ק"מ ממוצאם.

2. נכון. מסלול הנסיעה כולו הוא באורך 350 ק"מ. מכאן ש- $\frac{1}{7}$ מהדרך ליעד היא: $\frac{1}{7}\cdot 350$ ולאחר צמצום: 50 ק"מ.
ניתן לראות כי המשאית עברה 50 ק"מ בשעה 9:00. נתבונן בגרף של רוכב הקטנוע ונראה כי בשעה 9:00 עבר הרוכב מרחק של 100 ק"מ. כלומר, נותרו לו 250 ק"מ עד ההגעה ליעד.

3. נכון. במשך הזמן שהרוכב נח, הוא לא התקדם במסלול. ואכן ניתן לראות בגרף כי בין השעות 10:00 ו-12:00 הגרף אינו עולה ומכאן שהרוכב נח בין השעות 10:00 ו-12:00.
עד השעה 10:00 עברה המשאית 100 ק"מ ועד השעה 12:00 עברה המשאית 200 ק"מ. כלומר, במשך השעתיים בהן הרוכב נח עברה המשאית מרחק של 100 ק"מ.

4. לא נכון. כדי למצוא את השעות בהן הרוכב נסע במהירות הנמוכה ביותר נחפש את התחום בגרף בו שיפוע הקו הרציף הוא ה"מתון" ביותר. השיפוע הכי "מתון" מתקבל בין השעות 13:00 ו- 15:00.
בתחום זמן זה המשאית עברה 100 ק"מ, ממרחק של 250 ק"מ מהמוצא ועד ההגעה ליעד.

ג. מהירות הנסיעה הגבוהה ביותר מתקבלת בתחום בו שיפוע הקו הוא הגדול ביותר. השיפוע הגדול ביותר מתקבל בשני תחומים: בין השעות 8:00 ו-10:00 ובין השעות 12:00 ו-13:00.

בשעתיים שבין 8:00 ל-10:00 עבר רוכב הקטנוע מרחק של 200 ק"מ ומכאן שמהירותו היתה: 100 קמ"ש $= \frac{200}{2}$.

בשעה שבין 12:00 ל-13:00 עבר רוכב הקטנוע מרחק של 100 ק"מ ולכן גם כאן מהירותו היתה 100 קמ"ש.

לסיכום, מהירותו הגבוהה ביותר היתה 100 קמ"ש.

ד. כדי לחשב את השעה בה היה המרחק בין השניים הגדול ביותר, נמצא את השעה בה הפער בין הגרפים הוא הגדול ביותר. ניתן לראות כי הפער הגדול ביותר בין הגרפים מתקבל **בשעה 10:00**. בשעה זו היו מרוחקים 100 ק"מ זה מזה.