

**צמצום שברים אלגבריים**

א. צמצם את הביטויים הבאים באמצעות פירוק לגורמים בעזרת הטרינום ונוסחאות הכפל המקוצר:

1.  $\frac{a^2 - a}{a - 1}$     2.  $\frac{m^2 + m}{m^2 - 1}$     3.  $\frac{m^2 + 4m}{m^2 + 8m + 16}$     4.  $\frac{k^2 + 4k + 4}{3k + 6}$     5.  $\frac{2b^2 - 72}{b^2 - 7b + 6}$
6.  $\frac{m^2 + 8m - 20}{m^2 - 4m + 4}$     7.  $\frac{a^2 - 5a + 4}{a^2 - 3a + 2}$     8.  $\frac{25 - 10a + a^2}{a^2 - 25}$     9.  $\frac{3a^2 + 2a - 1}{3a^2 - a}$     10.  $\frac{5a^2 + 4a - 1}{4a^2 + 5a + 1}$
11.  $\frac{a^3 - a}{a^2 - 2a + 1}$     12.  $\frac{a^3 + 6a^2 + 9a}{a + 3}$     13.  $\frac{a^4 - 3a^3 + 2a^2}{a^2 - a}$     14.  $\frac{k^3 - 6k^2 - 16k}{k^3 - 4k}$     15.  $\frac{2k^3 - 2k}{k^2 - 2k + 1}$
16.  $\frac{n^2 - 3n - 4}{(n + 1) \cdot (16 - n^2)}$     17.  $\frac{(a^2 + 2a) \cdot (a - 1)}{(a - 2) \cdot (a^2 + a - 2)}$     18.  $\frac{(x^2 - 4x + 4) \cdot (x + 2)}{4 - x^2}$
19. (\*)  $\frac{b^3 - 3b^2 - 70b}{(b^2 - 20b + 100) \cdot (b + 7)}$     20. (\*)  $\frac{x^3 - x^2 - 2x}{(x - 2) \cdot (x^2 + 2x + 1)}$     21. (\*)  $\frac{n^4 - 1}{(n^2 + n - 2)(n + 1)}$
22. (\*\*)  $\frac{(b^3 - 1) \cdot (b + 1)}{b^2 - 1}$     23. (\*\*)  $\frac{m^3 + 3m^2 + 3m + 1}{(m + 1) \cdot (m^2 - 1)}$     24. (\*\*)  $\frac{a^3 - 9a^2 + 27a - 27}{(a^2 - 4a + 3) \cdot (a^2 - 9)}$
- פתרונות: 1. a  $\frac{m}{m-1}$  2.  $\frac{m}{m+4}$  3.  $\frac{k+2}{3}$  4.  $\frac{2(b+6)}{b-1}$  5.  $\frac{m+10}{m-2}$  6.  $\frac{a-4}{a-2}$  7.  $\frac{a-5}{a+5}$  8.  $\frac{a+1}{a}$  9.  $\frac{5a-1}{4a+1}$  10.  $\frac{a(a+1)}{a-1}$  11.  $a(a+3)$  12.  $a(a-2)$  13.  $\frac{k-8}{k-2}$  14.  $\frac{2k(k+1)}{k-1}$  15.  $-\frac{1}{n+4}$  16.  $\frac{a-3}{(a-1)(a+3)}$  17.  $\frac{a}{a-2}$  18.  $2-x$  19.  $\frac{b}{b-10}$  20.  $\frac{x}{x+1}$  21.  $\frac{n^2+1}{n+2}$  22.  $b^2+b+1$  23.  $\frac{m+1}{m-1}$  24.  $\frac{a-3}{(a-1)(a+3)}$

ב. מטלות חשיבה ובעיות מילוליות - צמצום שברים אלגבריים:

1. נתון הביטוי:  $\frac{(a^2 - 1) \cdot (a^2 + 1)}{(a^2 + a) \cdot (a^2 - a)}$

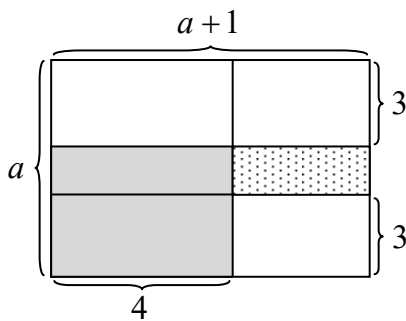
- א. השלם: תחום ההצבה של הביטוי הוא: \_\_\_\_\_.
- ב. צמצם את הביטוי.
- ג. עבור כל היגד, הקף אם הוא נכון או לא נכון ונמק מדוע:
1. עבור כל ערך של a, ערך הביטוי גדול מ-1. נכון / לא נכון. \_\_\_\_\_ נימוק:
2. עבור כל ערך של a בתחום ההצבה, ערך הביטוי חיובי. נכון / לא נכון. \_\_\_\_\_ נימוק:
3. יתכן שהביטוי שווה ל-1. נכון / לא נכון. \_\_\_\_\_ נימוק:
4. (\*) עבור כל ערך של a שגדול מ-2, ערך הביטוי גדול מ-1. נכון / לא נכון. \_\_\_\_\_ נימוק:

2. נתון הביטוי:  $\frac{(m^2 - 20m) \cdot (m^2 - 4)}{m^2 + 2m}$

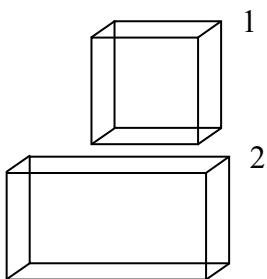
- א. השלם: תחום ההצבה של הביטוי הוא: \_\_\_\_\_  
 ב. צמצם את הביטוי.  
 ג. כאשר נשווה את הביטוי המצומצם ל-0, נקבל שני ערכי m. אחד מהם מייצג את היקפו של מרובע (בסנטימטרים) והשני מייצג את אורכה של אחת הצלעות באותו מרובע (בסנטימטרים).  
 1. השלם: אם מרובע זה הוא מלבן, אז שטחו הוא: \_\_\_\_\_ סמ"ר.  
 2. הקף בעיגול את התשובה/ התשובות הנכונות:  
 לא יתכן שמרובע זה הוא: ריבוע / דלתון / מעוין / טרפז.

3. נתון הביטוי:  $\frac{(b^2 - 25) \cdot (b^2 + 3b - 10)}{(b^2 - 3b - 10) \cdot (b^2 - 4)}$

- א. השלם: תחום ההצבה של הביטוי הוא: \_\_\_\_\_  
 ב. צמצם את הביטוי ועבור כל היגד, הקף אם הוא נכון או לא נכון ונמק מדוע:  
 1. לא קיים ערך של b שעבורו ערך הביטוי שלילי. נכון / לא נכון. נימוק: \_\_\_\_\_  
 2. עבור כל ערך של b, ערך הביטוי חיובי או שווה ל-0. נכון / לא נכון. נימוק: \_\_\_\_\_  
 3. עבור כל ערך של b בתחום ההצבה, ערך הביטוי חיובי. נכון / לא נכון. נימוק: \_\_\_\_\_  
 4. (\*) עבור כל ערך חיובי של b בתחום ההצבה, ערך הביטוי גדול מ-1. נכון / לא נכון. נימוק: \_\_\_\_\_



4. נתון מלבן גדול המחולק לשישה מלבנים כמתואר בשרטוט. בשרטוט מופיעים אורכי הקטעים בסנטימטרים.  
 א. הבע באמצעות a את היחס בין השטח האפור לבין השטח המנוקד.  
 ב. הקף את התשובה הנכונה:  
 ככל שערכו של a גדול יותר כך היחס שמצאת גדול / קטן יותר.  
 ג. נתון שהשטח האפור גדול פי ארבעה מהשטח המנוקד. מצא את a וחשב את היקף המלבן הגדול.



5. נתונות שתי תיבות.  
 שטח הבסיס של תיבה 1 הוא  $a^2 - 4$  סמ"ר וגובהה  $a + 3$  ס"מ.  
 שטח הבסיס של תיבה 2 הוא  $a^2 + 5a + 6$  סמ"ר וגובהה  $2a$  ס"מ.  
 א. הבע באמצעות a את יחס נפחי התיבות:  $\frac{V_2}{V_1}$ .  
 ב. קבע האם יתכן שהיחס שמצאת שווה ל-2. נמק.

- נימוק: \_\_\_\_\_  
 ג. נתון שנפח תיבה 2 גדול פי שישה מנפח תיבה 1. מצא את a.

פתרונות:

(1) א.  $a \neq -1, 0, 1$ . ב.  $\frac{a^2 + 1}{a^2}$ .

ג. (1) לא נכון. עבור הערכים  $a = -1, 0, 1$  שמחוץ לתחום ההצבה, לביטוי אין ערך כלל.

(2) נכון. המונה והמכנה הם ביטויים ריבועיים חיוביים בתחום ההצבה ולכן המנה כולה חיובית.

(3) לא נכון. מתקבלת המשוואה:  $\frac{a^2 + 1}{a^2} = 1$  שפתרונה מוביל לפסוק שקר:  $0 = 1$ .

(4) נכון. כל ערכי  $a$  הגדולים מ-2 נמצאים בתחום ההצבה. כיוון שהמונה בהכרח גדול מהמכנה, הרי

שערך הביטוי גדול מ-1. ניתן להבין זאת גם בסידור אלגברי של הביטוי:  $\frac{a^2 + 1}{a^2} = \frac{a^2}{a^2} + \frac{1}{a^2} = 1 + \frac{1}{a^2}$ .

(2) א.  $m \neq 0, -2$ . ב.  $(m - 2) \cdot (m - 20)$ . ג. (1) 16 סמ"ר. (2) ריבוע, מעוין.

(3) א.  $b \neq -2, 2, 5$ . ב. לאחר הצמצום:  $\frac{(b + 5)^2}{(b + 2)^2}$ .

(1) נכון. כיוון שהמונה והמכנה הם ביטויים ריבועיים, הם אינם יכולים להיות שליליים וכך גם מנתם.

(2) לא נכון. עבור הערכים  $b = -2, 2, 5$  שמחוץ לתחום ההצבה, לביטוי אין ערך כלל.

(3) לא נכון. עבור הערך  $b = -5$  המונה מתאפס ולכן אינו חיובי.

(4) נכון. ניתן לרשום את הביטוי המצומצם באופן הבא:  $\left(\frac{b + 5}{b + 2}\right)^2$ . עבור ערכי  $b$  חיוביים, המונה בהכרח

גדול מהמכנה ולכן הביטוי הפנימי  $\frac{b + 5}{b + 2}$  בהכרח גדול מ-1. תוצאת העלאתו בריבוע גם היא גדולה מ-1.

(4) א.  $\frac{4}{a - 6}$ . ב. קטן. ג.  $a = 7$ . ההיקף: 30 ס"מ.

(5) א.  $\frac{2a}{a - 2}$ . ב. לא. נשווה ל-2 את היחס שקיבלנו:  $\frac{2a}{a - 2} = 2$ . לאחר הכפלה במכנה נקבל:  $2a = 2a - 4$

ולאחר סידור נקבל את פסוק השקר:  $0 = -4$ . מכאן שהדבר לא ייתכן.

ג.  $a = 3$ .